



## 제곱합 접근 방법에 의한 불확실한 쌍선형 시스템의 강인한 관측기 설계

### Robust observer design for uncertain bilinear systems by sum-of-squares approach

이송 · 강동엽<sup>†</sup>  
Song Li and Dongyeop Kang<sup>†</sup>

한국전자통신연구원  
Electronics and Telecommunication Research Institute

#### 요약

본 논문은 파라미터의 불확실성이 있는 쌍선형 시스템에 대한 강인한 관측기 설계 방법을 제안한다. 에러 방정식에서 설계되는 관측기 이득은 시스템의 입력과 출력에 대한 다항 함수로 표현된다. 관측기 에러 시스템이 안정하고  $H_\infty$  성능 조건을 만족하기 위한 필요충분조건은 행렬 부등식으로 유도되며, 제곱합 기법을 이용하여 해를 구할 수 있다. 유도 전동기의 수치 예제를 통해 제안하는 설계 방법의 효용성을 설명한다.

**키워드:** 관측기, 쌍선형 시스템, 제곱합

#### Abstract

This paper presents a robust observer design method for bilinear systems with parameter uncertainty. The designed observer gain matrix of the error dynamic equation is expressed in the form of the polynomial function of inputs and outputs. A necessary and sufficient condition to ensure that the observation error system is asymptotically stable and satisfies  $H_\infty$  performance is derived in terms of matrix inequality, which can be solved using the sum-of-squares technique. A numerical example of the induction motor is given to illustrate the effectiveness of the proposed method.

**Key Words:** Observer, Bilinear Systems, Sum-of-squares

Received: Feb. 12, 2018  
Revised: Apr. 18, 2018  
Accepted: Apr. 24, 2018  
<sup>†</sup>Corresponding authors  
kang@etri.re.kr

## 1. 서론

비선형 시스템의 비선형 부분이 시스템의 상태 변수와 제어 입력의 곱으로 나타나고 나머지 부분은 선형인 경우 이러한 시스템을 쌍선형 시스템이라 한다. 많은 물리적인 시스템들이 쌍선형 모델로 표현 가능하기 때문에 공학, 생물학, 경제학 등 다양한 산업 분야에서 쌍선형 시스템을 응용할 수 있다. [1,2].

현재까지 쌍선형 시스템의 상태 변수, 결합, 미지 입력 등을 추정하기 위한 관측기 또는 필터 설계에 대한 많은 연구가 이루어졌다 [3-13]. 그 중 상태 추정에 관한 문헌들에 제안된 기법들에는 실베스터 방정식을 이용하여 축소된 차수의 필터를 구하는 방법 [3], 쌍선형 시스템을 선형 파라미터 변이 시스템으로 모델링하여 필터를 설계한 방법 [4], 미분방정식과 대수방정식으로 동시에 표현되는 특이 쌍선형 시스템에 대한 관측기 설계 방법 [5], 축소 차수 쌍선형 시스템을 파라미터가 불확실한 선형 시스템으로 모델링하여 필터를 설계하는 방법 [6] 등이 포함되어 있다. 앞서 제안된 방법들은 모두 설계시 제어 입력 또는 제어 입력의 미분값이 특정한 범위 이내로 제한되어 있고 그 범위를 미리 알고 있다는 가정을 하고 있다.

본 논문에서는 불확실한 파라미터와 외란이 존재하는 쌍선형 시스템에 대해 강인한 관측기를 설계하는 새로운 방법을 제안한다. 관측기 설계를 위해 제어 입력과 출력 벡터를 변화하는 파라미터로 두어 관측기 설계 조건을 파라미터에 의존적인 행렬 부등식으로 유도한다. 설계된 결과의 관측기

본 연구는 한국전자통신연구원 연구윤영비지원사업의 일환으로 수행되었음. [18ZD1120, 대경권 지역산업 기반 ICT융합 기술 고도화 지원사업]

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

이득 행렬은 제어 입력 및 출력 변수에 대한 다항 함수의 형태를 가지게 된다. 유도된 행렬 부등식은 제곱합 기법을 이용하여 [18] 수치적으로 해를 구하는 것이 가능하다. 본 논문에서 제안하는 설계 방법은 제어 입력 또는 제어 입력의 미분값에 대한 사전 정보를 필요로 하지 않기 때문에 보다 넓은 범위의 쌍선형 시스템에 대한 관측기 설계에 이용할 수 있다. 제안한 방법의 유용성을 보여주기 위해 본 논문에서는 유도전동기 시스템을 고려한다. 시스템의 파라미터가 불확실한 유도전동기의 외부에서 작용하는 부하 토크 외란이 존재하여 시스템이 영향을 받는 경우를 가정하여 관측기를 설계하고 모의실험 결과를 통해 성능을 검증한다.

본 논문에서 사용하는 표기법은 일반적으로 통용되는 기호들을 사용한다. I와 0은 각각 적절한 차원을 가지는 단위행렬과 영행렬이다.  $R_n$ 은  $n \times 1$  차원을 가지는 실수 벡터를 의미한다.  $A^T$ 는  $A$ 의 전치행렬,  $\star$ 는 대칭행렬의 주대각선 아래에 놓이는 원소를 나타낸다.  $\lambda_{\min}(A)$ ,  $\lambda_{\max}(A)$ 는 각각  $A$ 의 고유값의 최소, 최대값을 나타낸다.

## 2 관측기 설계

다음과 같은 형태의 쌍선형 시스템을 고려하자.

$$\begin{cases} \dot{x} = \tilde{A}_0 x + \sum_{i=1}^n y_i \tilde{A}_i x + \tilde{B}_0 u + \sum_{i=1}^n u_i \tilde{B}_i x + \tilde{B}_\omega \omega \\ z = \tilde{C}_z x + \tilde{D}_z w, y = \tilde{C}_y x \end{cases} \quad (1)$$

여기서  $x \in R^n$ 는 상태 변수,  $u \in R^n$ 는 제어 입력,  $u$ 는 벡터  $u$ 의  $i$ 번째 원소,  $z \in R^n$ 는 관측하고자 하는 벡터,  $y \in R^n$ 는 시스템의 측정 출력 벡터,  $w \in R^n$ 는 외부에서 시스템에 인가되는 외란 신호이며 모든 시스템 행렬은 적절한 차원을 가진다. 위의 시스템에서 시스템 행렬들은 불확실한 값을 가지지만 아래와 같이  $N$ 개의 알려진 꼭지점에 놓여진 볼록 집합의 조합으로 표현되는 다포체(polytope) 형태이다.

$$\begin{aligned} (\tilde{A}_0, \tilde{A}_1, \dots, \tilde{B}_0, \tilde{B}_1, \dots) &= (A_0(\delta), A_1(\delta), \dots, B_0(\delta), B_1(\delta), \dots) \\ &= \sum_{i=1}^n \delta_i (A_{0i}, A_{1i}, \dots, B_{0i}, B_{1i}, \dots), \delta \in \Omega \end{aligned} \quad (2)$$

여기서  $\delta$ 는 아래와 같이 단위 단체(simplex)에 속한 시불변 파라미터이다.

$$\Omega = \left\{ \delta \in R^N : \sum_{i=1}^N \delta_i = 1, \delta_i \geq 0, i = 1, \dots, N \right\} \quad (3)$$

시스템 (1)의 상태 변수 추정을 위한 다음과 같은 형태의 관측기를

고려하자.

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = \tilde{A}_0 \hat{x} + \sum_{i=1}^n y_i \tilde{A}_i \hat{x} + \tilde{B}_0 u + \sum_{i=1}^n u_i \tilde{B}_i \hat{x} + L(u, y)(y - \hat{y}) \\ \hat{z} = \tilde{C}_z \hat{x}, \hat{y} = \tilde{C}_y \hat{x} \end{cases} \quad (4)$$

여기서  $\hat{x}$ 는 상태 변수의 추정 벡터,  $\hat{z}$ 는 관측 출력의 추정 벡터,  $\hat{y}$ 는 측정 출력의 추정 벡터이다.  $L(u, y)$ 는 관측기 이득 행렬이며  $u$ 와  $y$ 의 다항 함수로 정의된다. 상태 변수 오차  $x_e = x - \hat{x}$ 와 관측기 오차  $e = z - \hat{z}$ 를 정의하고 식 (1)과 (4)를 결합하면 다음과 같은 에러 시스템을 얻을 수 있다

$$\begin{cases} \dot{x}_e = (\tilde{A}_0 + \sum_{i=1}^n y_i \tilde{A}_i + \sum_{i=1}^n u_i \tilde{B}_i - L(u, y) \tilde{C}) x_e + \tilde{B}_\omega \omega \\ e = \tilde{C}_z x_e + \tilde{D}_z w \end{cases} \quad (5)$$

여기서  $z \in R^n$ 는 관측 성능 출력 벡터이다.

본 논문의 목적은  $w=0$ 인 경우의 에러 시스템 (5)를 안정하게 만들면서 시스템에 작용하는 외란에 대해서는 아래와 같은  $H_\infty$  성능을 보장하는 강인한 관측기 (4)를 디자인하는 것이다.

$$\int_0^\infty (e^T e - \gamma^2 w^T w) dt \leq 0 \quad (6)$$

위의 성능 조건에서  $\gamma$ 는 양의 스칼라 값이며 초기 조건은 0인 상태로 가정한다.

본 논문의 주요 정리를 유도하기 위해 다음과 같은 보조 정리들을 이용한다.

보조정리 1 (Schur Complement [14]). 적절한 차원을 가지는 대칭행렬  $Q_1$ ,  $Q_2$ 와 행렬  $Q_3$ 에 대해 아래의 세 조건은 동일하다.

$$(i) \quad Q_3 < 0, Q_1 - Q_2 Q_3^{-1} Q_2^T < 0$$

$$(ii) \quad \begin{bmatrix} Q_1 & Q_2 \\ Q_2^T & Q_3 \end{bmatrix} < 0$$

$$(iii) \quad \begin{bmatrix} Q_3 & Q_2^T \\ Q_2 & Q_1 \end{bmatrix} < 0$$

보조 정리 2 (Bounded Real Lemma [14]). 시스템  $\dot{x} = Ax + Bu$ ,  $z = Cx + Dw$ ,  $x(0) = 0$ 에 대하여 식 (6)의 성능조건을 만족하기 위해서는 아래의 행렬 부등식을 만족하는 양의 정부호 행렬  $F$ 와 양의 스칼라  $\gamma$ 가 존재한다.

$$\begin{bmatrix} A^T P + PA & PB & C^T \\ B^T P & -I & D^T \\ C & D & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (7)$$

정리 1. 시스템 (1)에 대하여 에러 시스템 (5)가  $w=0$ 일 때 안정하고 식 (6)의 성능조건을 만족하는 관측기 (4)를 디자인하기 위해서는 아래의 행렬 부등식을 만족하는 양의 정부호 행렬  $F$ , 행렬  $X$ ,  $Y(u,y)$ 와 양의 스칼라  $\alpha, \gamma$ 가 존재한다.

$$\begin{bmatrix} \Xi_{11} & \Xi_{12} & X^T B_w & C_z^T \\ \cdot & -\alpha(X+X^T) & \alpha X^T B_w & 0 \\ \cdot & \cdot & -I & D^T \\ \cdot & \cdot & \cdot & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (8)$$

여기서  $\Xi_{11} = A^T X + X^T A$ ,  $\Xi_{12} = \alpha A^T X - X^T + F$

,  $A = A_0 + \sum_{i=1}^n y_i A_i + \sum_{i=1}^n u_i B_i - Y(u,y)C$ 이고 관측기 이득 행렬은  $L(u,y) = X^{-T} Y(u,y)$ 와 같이 구할 수 있다.

증명. (필요조건) 식 (7)을 만족하는 행렬  $F$ 가 존재한다면 항상 아래와 같은  $\lambda_1, \lambda_2$ 에 대해  $\alpha < 2\lambda_1/\lambda_2$  조건을 만족하는 양의 스칼라  $\alpha$ 가 존재한다.

$$\lambda_1 = \lambda_{\min} \left( - \begin{bmatrix} A^T P + P A P B & C^T \\ B^T P & -I & D^T \\ C & D & -\gamma^2 I \end{bmatrix} \right), \quad (9)$$

$$\lambda_2 = \lambda_{\max} \left( - \begin{bmatrix} A^T P A & A^T P B & 0 \\ B^T P A & B^T P B & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right) \quad (10)$$

$X = F$  라 두고 보조정리 1을 식 (10)의 행과 열을 적절히 변경한 뒤  $Q_1 = \begin{bmatrix} A^T P + P A P B & C^T \\ B^T P & -I & D^T \\ C & D & -\gamma^2 I \end{bmatrix}$ ,  $Q_3 = -\frac{P^{-1}}{2\alpha}$ ,  $Q_2 = [\alpha P A \alpha P B 0]$ 으로 적용하면 다음의 식이 항상 성립하게 된다.

$$\begin{bmatrix} A^T P + P A P B & C^T \\ B^T P & -I & D^T \\ C & D & -\gamma^2 I \end{bmatrix} + \frac{\alpha}{2} \begin{bmatrix} A^T P A & A^T P B \\ B^T P A & B^T P B \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} < 0 \quad (11)$$

(충분조건) 식 (10)을 만족하는 양의 정부호 행렬  $F$ , 행렬  $X$ ,

양의 스칼라  $\alpha$ 가 존재한다면, 행렬  $T = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ A & B & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix}$ 에 대하여 식 (10)

의 왼쪽에  $T^T$ 을 곱하고 오른쪽에  $T$ 를 곱하면 식 (7)을 얻을 수 있다.

부등식 (10)이 제어 입력과 출력 변수를 포함하고 있기 때문에  $u$ 와  $y$ 를 변수로 고려하고 제곱법 기법을 사용하여 [18] 다항 행렬이 음의 정부호 행렬인지를 확인할 수 있다. 대칭인 다항 행렬  $M(u,y)$ 이  $M(u,y) = H^T(u,y)H(u,y)$ 와 같이 분해 가능할 때 제곱합

행렬이라고 한다. 다항 행렬이 제곱합의 형태임을 결정하는 문제는 볼록 최적화 문제로 [14] 제곱식화 할 수 있다. 여기서 식 (10)의 행렬 부등식을  $M(u,y) < 0$ 이라 하면 이 조건은 임의의 양의 스칼라  $\epsilon$ 에 대해  $-(M(u,y) + \epsilon I)$ 가 제곱합인 조건과 동치이다. 이러한 제곱합 최적화 문제는 알려진 소프트웨어들 [15,16] 이용하여 수치적으로 풀 수 있기 때문에 쉽게 해를 구할 수 있게 된다.

### 3. 모의실험

본 논문에서 제안한 쌍선형 시스템에 대한 강인한 관측기의 유용성을 보여주기 위하여 다음과 같은 유도전동기에 예제에 대해 관측기를 설계 가능함을 모의실험으로 보인다. 유도전동기의 동역학은 아래의 미분방정식으로 주어진다.

$$\begin{cases} \dot{\omega}_{rm} = \rho \omega_{rm} + \mu(\phi_{rd} i_{sq} - \phi_{rd} i_{sd}) - \frac{T_L}{J} \\ \dot{\phi}_{rq} = \alpha \phi_{rq} + (\omega_e - n_p \omega_{rm}) \phi_{rd} + \beta i_{sq} \\ \dot{\phi}_{rd} = \alpha \phi_{rd} (n_p \omega_{rm} - \omega_e) \phi_{rq} + \beta i_{sd} \end{cases} \quad (12)$$

여기서  $\omega_{rm}$ 는 전동기의 회전 각속도,  $\omega_e$ 는 전기 각속도,  $\phi_{rd}$ 는 직축 로터 자속,  $\phi_{rq}$ 는 횡축 로터 자속,  $i_{sd}$ 는 직축 고정자 전류,  $i_{sq}$ 는 횡축 고정자 전류,  $T_L$ 은 부하토크,  $J$ 는 로터 관성,  $n_p$ 는 극수이다. 시스템 파라미터들은 다음과 같이 주어진다.

$$\rho = -\frac{B}{J}, \mu = \frac{3n_p L_m}{2J L_r}, \alpha = -\frac{R_r}{L_r}, \beta = \frac{R_r L_m}{L_r} \quad (13)$$

여기서  $B$ 는 점성 마찰 계수,  $L_m$ 는 상호유도계수,  $L_r$ 는 로터유도계수,  $R_r$ 은 로터의 저항이다.

미분 방정식 (13)은 다음과 같은 상태 방정식으로 표현될 수 있다.

$$\begin{cases} \dot{x} = A_0 x + y A_1 x + B_0 u + u_1 B_1 x + u_2 B_2 x + B_w w \\ y = C x \end{cases} \quad (14)$$

여기서 상태 변수  $x$ , 제어 입력  $u$ , 외란  $w$ 는 각각 다음과 같이 정의된다.

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_{rm} \\ \phi_{rq} \\ \phi_{rd} \end{bmatrix}, u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{sq} \\ i_{sd} \end{bmatrix}, w = -\frac{T_L}{J} \quad (15)$$

시스템 행렬들은 각각 다음과 같다.

$$A_0 = \begin{bmatrix} a_1 & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & a_4 \\ 0 & -a_4 & a_2 \end{bmatrix}, A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a_3 \\ 0 & a_3 & 0 \end{bmatrix}, B_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ b_2 & 0 \\ 0 & b_2 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & b_1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0 & -b_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B_w = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (16)$$

$$C = [1 \ 0 \ 0]$$

여기서 시스템 행렬들의 각각의 원소는  $a_1 = \rho, a_2 = \alpha, a_3 = n_p, a_4 = \omega_e, b_1 = \mu, b_2 = \beta$ 와 같다. 이 시스템에서 측정 출력값은  $\omega_{rm}$  이고 부하 토크가 외란으로 작용한다. 그리고 관측기 성능 출력은  $z = [e_2^T \ e_3^T]^T$ 로 정의한다.

이 시뮬레이션 예제에서의 제곱합 최적화 문제는 MATLAB 소프트웨어에서 동작하는 YALMIP [16] 인터페이스와 SeDuMi [17] 프로그램을 사용하여 해를 구하였다.

유도전동기 (13)의 파라미터 값들은 각각  $B = 2 \times 10^{-5}$ ,  $J = 7.6 \times 10^{-4} \text{kgm}^2$ ,  $n_p = 2$ ,  $L_m = 0.6738 \text{H}$ ,  $L_r = 0.72$ ,  $\omega_e = 60\pi \text{rad/s}$ 이다. 여기서 로터의 저항은  $15.6 \leq R_r \leq 31.2$ 과 같은 범위에서 변화하는 불확실한 파라미터이다.

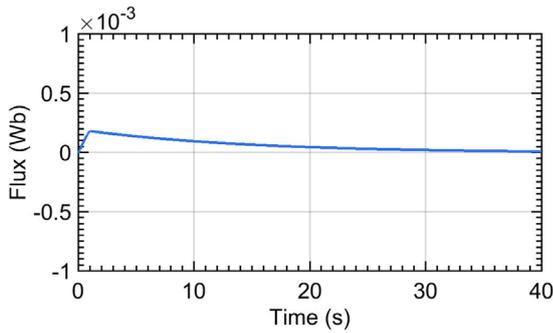


그림 1. 직축 자속  $\phi_{rd}$ 의 관측 오차

Fig. 1. Estimation error of direct rotor flux  $\phi_{rd}$

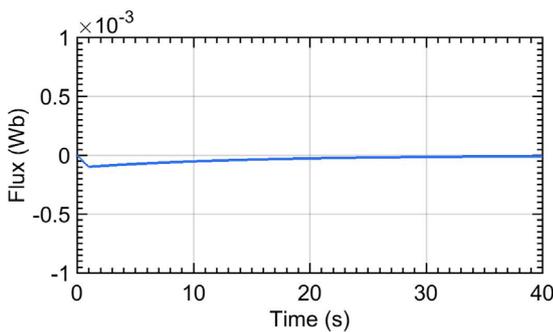


그림 2. 횡축 자속  $\phi_{qd}$ 의 관측 오차

Fig. 2. Estimation error of quadrature rotor flux  $\phi_{qd}$

관측기의 이득을 다음과 같은 구조로 가정하면

$$L(u, y) = L_0 + L_1 u_1 + L_2 u_2 + L_3 y + L_4 u_1 u_2 + L_5 u_1 y + L_6 u_2 y + L_7 u_1^2 + L_8 u_1^2 + L_9 y^2 \quad (17)$$

정리 1에 의해 구해지는 관측기 이득은 다음과 같다.

$$L(u, y) = [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3]^T \quad (18)$$

여기서  $\theta_1 = 0.01$ ,  $\theta_2 = (-0.1383 + 0.0569u_1 - 0.0812u_2 - 0.2347y + 0.2958u_1 u_2 + 1.1385u_1 y + 6.4250u_2 y + 1.6910u_1^2 + 6.3784u_2^2 - 1.1635y^2) \times 10^{-7}$ ,  $\theta_3 = (0.0274 + 0.0617u_1 + 0.1273u_2 + 0.1248y + 5.2274u_1 u_2 + 9.623u_1 y + 7.8215u_2 y + 12.626u_2^2 - 2.0708) \times 10^{-7}$ 이다. 그리고 성능 지수는  $\gamma = 8.5905$ 으로 구해졌다.

시뮬레이션에서는 다음과 같은 제어 입력이 시스템에 인가되었다.

$$u_1(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$u_2(t) = \begin{cases} -1, & 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (19)$$

시스템에 작용한 부하 토크 외란은 다음과 같다.

$$\omega(t) = \begin{cases} 2, & 0.5 \leq t \leq 0.6 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (20)$$

그림 1과 2는 각각 초기 조건  $x(0) = [10 \ 0 \ 0]^T$ 에 대한 추정 오차  $e_2(t)$ 과  $e_3(t)$ 을 나타내었다. 시스템에 외란이 작용하는 순간에도 추정 오차의 크기는  $3 \times 10^{-3}$  이하로 관측기가 성공적으로 유도전동기의 상태 변수를 추정하고 있는 것을 확인할 수 있다. 이를 통해, 제안된 쌍선형 시스템에 대한 강인한 관측기 설계 기법의 성능을 확인할 수 있다.

## 5. 결론

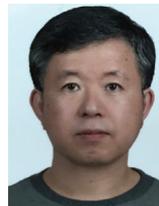
본 논문에서는 불확실한 파라미터를 가지는 쌍선형 시스템에 대해 외란에 강인한 관측기를 설계하는 방법을 제안하였다. 에리 시스템이 안정하며  $H_\infty$  외란 저감 성능을 만족하는 관측기 설계 조건을 행렬 부등식의 형태로 유도하였다. 유도된 행렬 부등식은 제곱합 접근법의 형태로 표현되어 해를 구할 수 있도록 하였다. 본 논문에서 제안한 관측기 설계 기법은 기존 문헌들에 필요한 제어 입력에 대한 제한조건이 필요하지 않아 쉽게 적용이 가능하며, 유도전동기의 모의실험을 통해 제안된 관측기 설계 기법의 성능을 보였다.

향후 연구에서는 본 논문에서의 연속시간 쌍선형 시스템에 대한 관측기 기법을 바탕으로 이산시간 쌍선형 시스템에 대한 관측기 설계까지 확장할 예정이다.

## References

- [1] R. Mohler, *Bilinear Control Processes*, Academic Press, New York, 1973.
- [2] P.M. Pardalos and V.A. Yatsenko, *Optimization and Control of Bilinear Systems*, Springer, 2008.
- [3] H. Souley Ali, M. Zasadzinski, H. Rafaralahy, and M. Darouach, "Robust  $H_\infty$  reduced order filtering for uncertain bilinear systems," *Automatica*, vol. 42, no. 3, pp. 405-415, Mar. 2006.
- [4] B. Gerard, H. Souley Ali, M. Zasadzinski, and M. Darouach, " $H_\infty$  filter for bilinear systems using LPV approach," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 55, no. 7, pp. 1668-1674, Jul. 2010.
- [5] M. Zerrougui, L. Boutat-Baddas, M. Darouach, and H. Souley Ali, " $H_\infty$  observers design for singular bilinear systems," *Proceedings of the American Control Conference*, 2010, pp. 6864-6869.
- [6] E. Abraham and E. C. Kerrigan, "Lower-order  $H_\infty$  filter design for bilinear systems with bounded inputs," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 63, no. 4, pp. 895-906, Feb. 2015.
- [7] H. R. Shaker, " $H_\infty$  optimal filtering for bilinear systems," *Nonlinear Dynamics*, vol. 70, no. 2, pp. 999-1005, 2012.
- [8] K. Rothenhagen and F. W. Fuchs, "Current sensor fault detection by bilinear observer for a doubly fed induction generator," *Proceedings of the 32nd Annual Conference on IEEE Industrial Electronics*, Nov. 2006, pp. 1369-1374.
- [9] G. Cimini, G. Ippoliti, G. Orlando, S. Longhi, and R. Miceli, "A unified observer for robust sensorless control of DC-DC converters," *Control Engineering Practice*, vol. 61, pp. 21-27, Apr. 2017.
- [10] M. Q. Phan, F. Vicario, R. W. Longman, and R. Betti, "Optimal bilinear observers for bilinear state-space models by interaction matrices," *International Journal of Control*, vol. 88, no. 8, pp. 1504-1522, 2015.
- [11] B. Shafai and Y. Cheng, "Design of PI observer for bilinear systems with unknown input disturbance," *Proceedings of the IEEE International Conference on Control Applications*, Oct. 2012, pp. 910-915.
- [12] M. Kinnaert, "Robust fault detection based on observers for bilinear systems," *Automatica*, vol. 35, no. 11, pp. 1829-1842, Nov. 1999.
- [13] Z. Wang and H. Qiao, "Robust filtering for bilinear uncertain stochastic discrete-time systems," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 50, no. 3, pp. 560-567, Mar. 2002.
- [14] S. Boyd, et al.: *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*, Society for Industrial and Applied Mathematics, 1994.
- [15] S. Prajna, et al.: "Introducing SOSTOOLS: A general purpose sum of squares programming solver," *Proceedings of the 41st IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 741-746, 2002.
- [16] J. Löfberg: "YALMIP: A Toolbox for Modeling and Optimization in MATLAB," *Proceedings of the IEEE International Symposium on Computer Aided Control Systems Design*, pp. 284-289, 2004.
- [17] J.F. Sturm: "Using SeDuMi 1.02, A Matlab toolbox for optimization over symmetric cones," *Optimization Methods and Software*, vol. 11, pp. 625-653, 1999.
- [18] P. A. Parnilo, Structured semidefinite programs and semialgebraic geometry methods in robustness and optimization, PhD thesis, California Institute of Technology, 2000.

### 저자 소개



#### 이승(Song Li)

1993년 : 길림대학교 전자통신학과 공학사 졸업  
 1996년~1998년 : 인하대학교 컴퓨터공학과  
 공학석사  
 2006년~2010년 : Analog Devices, Inc.  
 2010년~현재 : 한국전자통신연구원

관심분야 : Communication systems, embedded systems, software architecture, control theory and application, robotics

Phone : +82-53-670-8052

E-mail : li.song@etri.re.kr



#### 강동엽(Dongyeop Kang)

2006년 : 포항공과대학교 전자전기공학과  
 공학사 졸업  
 2008년, 2013년 : 포항공과대학교 철강대학원  
 공학석사, 공학박사 졸업  
 (제어 및 자동화)

2008~2014년 : 포스코 기술연구원

2015년~현재 : 한국전자통신연구원

관심분야 : Control theory, state estimation, filtering, optimization,  
robotics

Phone : +82-53-670-8054

E-mail : kang@etri.re.kr